

Università degli studi di Catania
Corso di laurea in fisica

Seconda prova in itinere di
Laboratorio di Fisica II

Tesina sulla prova pratica di laboratorio
realizzata da

Esperienza:
Misura del rapporto e/m dell'elettrone
attraverso la deflessione magnetica ed elettrica di un fascetto di elettroni

§ Introduzione teorica e descrittiva

Scopo dell'esperienza

L'esperienza, sfruttando il comportamento di una carica elettrica in un campo magnetico e in un campo elettrico, misura il valore del rapporto e/m , essendo e la carica dell'elettrone, m la sua massa.

Descrizione teorica dell'esperienza

Una particella carica all'interno di un campo magnetico subisce la forza di Lorentz, che per sua definizione non compie lavoro ma devia la traiettoria della particella stessa, che inizia un moto circolare. Nel nostro caso avremo che la particella carica è un elettrone. Analiticamente, considerando un campo di induzione magnetica uniforme e perfettamente ortogonale alla direzione della velocità dell'elettrone, applicando relazioni note dalla cinematica abbiamo:

da cui

Dunque se introduciamo un pennello elettronico sufficientemente monodirezionale e monoenergetico in un campo magnetico uniforme, gli elettroni deviano la loro traiettoria e misurando il raggio della circonferenza creata avremo una misura di e/m .

Un pennello elettronico con le caratteristiche volute è creato da appositi strumenti che sfruttano l'effetto termoelettrico. E' indispensabile però verificare che la traiettoria sia esattamente planare e ortogonale a B , così da poter realmente applicare le relazioni ora esposte: in caso diverso dovremmo considerare nel modulo della forza di Lorentz pure il seno dell'angolo formato dai vettori B e v , e gli elettroni nel campo magnetico inizierebbero una traiettoria elicoidale di difficile analisi.

E' necessario inoltre creare un campo magnetico sufficientemente costante. Per far questo è molto utile ricorrere alle bobine di Helmholtz, ovvero due bobine coassiali percorse dalla stessa corrente: ognuna delle due per la legge di Laplace crea un campo di induzione

Ci interessiamo solo ai punti che stanno sull'asse della bobina per i quali istantaneamente dl è perpendicolare a s , cioè

Ora, detta x_0 la semidistanza tra le due bobine, la componente di B perpendicolare all'asse si annulla istantaneamente; tramite poi altre considerazioni geometriche si ha in definitiva

Le bobine sono due e dunque la relazione ora trovata va raddoppiata; considerando poi che ogni bobina ha n spire, avremo in definitiva

che è una relazione che lega il campo magnetico alla corrente che attraversa le due bobine. Si prova derivando questa espressione che il campo assume valore costante sui punti posti esattamente al centro della distanza tra le due bobine ($2x_0 = R$), che è ciò che ci serve. In realtà questa condizione sarà rigidamente verificata solo per pochi punti dello spazio, certamente meno di quelli in cui verranno realizzate le misure. Supporremo comunque che questa condizione valga in tutta la regione dell'esperienza, e ciò con buona approssimazione è vero; eventualmente questa approssimazione farà aumentare l'errore sulle misure.

Fatto questo è possibile realizzare due diverse esperienze:

- I) si può sfruttare solo la deflessione magnetica degli elettroni che cioè mandati in una regione sede di campo magnetico inizieranno una traiettoria circolare di cui si può misurare il diametro per conoscerne il raggio. Si ha allora immediatamente, detto V_{an} il potenziale anodico che accelera gli elettroni, che

Si osservi come se è noto il valore di e/m è possibile conoscere la velocità media degli elettroni.

- 2) oppure si può far passare il pennello elettronico in una cavità in cui è presente come prima il campo magnetico ma in cui applichiamo pure un campo elettrico uniforme (tramite un condensatore sulle cui piastre poste alla distanza d è applicato un potenziale V) fino a trovare un equilibrio tra le due forze così che gli elettroni proseguano indeflessi la loro traiettoria rettilinea. Stavolta avremo analiticamente che

Descrizione dell' apparato

Come è stato detto è possibile eseguire due distinte esperienze. La prima di queste sfrutta solo la deflessione magnetica degli elettroni. E' possibile in laboratorio realizzare questa esperienza con due diverse apparecchiature. La prima è il cilindro di Wehnelt. E' costituito da uno strumento che genera un pennello elettronico con le caratteristiche volute e di un generatore che alimenta le bobine di Helmholtz. Queste sono in una cavità sottovuoto contenente un gas (H_2) rarefatto; gli elettroni nel loro moto porteranno le molecole in uno stato eccitato; queste poi nel momento in cui tornano allo stato fondamentale emettono una radiazione luminosa. Dunque nella cavità sarà visibile una circonferenza, e allora abbiamo tutte le informazioni necessarie. In particolare tramite un amperometro si misurerà la corrente che attraversa le bobine, le cui caratteristiche costruttive sono note:

$$r = 0.15 \text{ m}$$

$$x_0 = 0.075 \text{ m}$$

La tensione cui sono accelerati gli elettroni verrà misurata invece attraverso il voltmetro inserito nel generatore che crea il fascio elettronico. Il diametro della circonferenza viene misurato tramite un righello posto appositamente. Va detto che per poter visualizzare chiaramente la circonferenza che gli elettroni descrivono è indispensabile lavorare in condizioni di massimo oscuramento.

Una seconda apparecchiatura disponibile sfrutta esattamente lo stesso principio, e costituita dagli stessi strumenti, ma cambia il modo di visualizzare la traiettoria degli elettroni. Stavolta poi il fascio non riesce a compiere una intera circonferenza dentro la cavità. Per la misura avremo dunque un piano leggermente inclinato in cui misureremo le coordinate di alcuni punti della traiettoria. Il raggio di curvatura (che è il valore che a noi interessa), considerando un sistema di riferimento in cui il centro della circonferenza ha coordinate $(0, r)$, si determinerà allora applicando una relazione di geometria analitica:

Anche le caratteristiche costruttive delle bobine di questa seconda apparecchiatura sono note:

$$n = 320$$

$$r = 0.068 \text{ m}$$

$$x_0 = 0.033 \text{ m}$$

Questa seconda apparecchiatura permette pure la realizzazione della seconda parte dell'esperienza. Nella regione dove si trova il piano per le misure sono presenti infatti due piastre conduttrici alle quali è possibile applicare tramite un apposito generatore una differenza di potenziale: in sostanza si tratta di un condensatore che dunque dovrebbe creare un campo elettrico uniforme. Va però detto che teoricamente sarebbe necessario che la distanza tra le piastre sia molto piccola rispetto alla loro lunghezza, e invece qui le piastre sono lunghe circa 9 cm e distano 6 cm, cioè le due grandezze sono addirittura confrontabili. Certamente il campo elettrico creato non sarà uniforme e presenterà disomogeneità notevoli, ma non è possibile intervenire su questo aspetto. Anche in questo caso poi la tensione applicata alle piastre sarà misurata tramite il voltmetro interno al generatore stesso.

Descrizione pratica dell'esperienza

Ho deciso di suddividere la realizzazione dell'esperienza in tre momenti.

Nel primo ho raccolto una serie di misure tramite il cilindro di Wehnelt. Inizialmente ho fissato la tensione anodica V cui sono sottoposti gli elettroni e ho variato la corrente che attraversa le spire delle bobine di Helmholtz, corrente misurata tramite un amperometro la cui sensibilità è di 0.1 A. Per ogni diverso valore di corrente ho misurato il diametro della circonferenza creata dagli elettroni. Come detto l'esecuzione di quest'esperienza richiede un ambiente oscurato. Purtroppo non è stato possibile fare ciò in laboratorio, e infatti sono state notevoli le difficoltà riscontrate anche solo per visualizzare la traiettoria. Ciò certamente ha influito sulla bontà della misura, peraltro molto approssimativa anche per altri motivi. Infatti si dispone di un righello con evidenti segni di usura e posto al di fuori della cavità sottovuoto, così da amplificare al massimo gli errori di parallasse e di rifrazione. Per cercare di minimizzare l'errore ho scelto di effettuare cinque diverse misure del diametro della circonferenza, e di queste farò la media calcolando il relativo errore. Effettuate le misure per diversi valori di corrente, ho modificato la tensione anodica ripetendo tutte le operazioni. Questo per vari valori di tensione.

Nella seconda parte ho invece utilizzato l'altra apparecchiatura disponibile studiando solo gli effetti della deflessione magnetica sugli elettroni. Anche in questo caso si ha a disposizione un generatore di tensione variabile per creare il pennello elettronico. Sarebbe stato dunque ideale così

come fatto prima effettuare le misure per diversi valori di tensione anodica, il che implica diverse velocità iniziali degli elettroni. Ma quasi certamente l'emettitore degli elettroni presenta dei malfunzionamenti (su cui peraltro non è possibile intervenire), dato che solo portando il valore di tensione al massimo possibile il fascio elettronico è ben visibile e appare sufficientemente monodirezionale. Abbassando invece la tensione, l'intensità del fascio diminuisce notevolmente fino a farne scomparire la traccia. A volte invece cominciano a vedersi tracce di elettroni un po' su tutti i punti del piano come se si verificasse una dispersione di elettroni dal fascio, che poi si distribuiscono in tutto lo spazio disponibile. Ho ritenuto che in queste condizioni effettuare l'esperienza sia pressoché inutile perché vengono meno tutte le ipotesi necessarie per l'analisi dei dati. Dunque ho fissato la tensione al valore massimo consentito (4.0 kV) e realizzato tutte le misure tenendola costante, senza calcolare nessun errore su questa grandezza. Come nel primo caso, si è potuto invece variare la corrente che attraversa le bobine di Helmholtz, corrente misurata tramite un amperometro la cui sensibilità è di 0.01 A. Altro problema riguarda la misura vera e propria delle coordinate x e y da cui ricavare il raggio di curvatura della traiettoria. Infatti nel piano è già tracciato un reticolo graduato. Ma le tacche distano tra loro 1 cm. Si avrebbe teoricamente una misura altamente imprecisa e comunque con un errore paragonabile con la misura stessa. Tuttavia visto che la misura non è istantanea e visto che valutare mezzo centimetro è dopotutto semplice, ho ritenuto di poter immaginare una suddivisione della scala ogni 0.5 cm e dunque di effettuare le misure come se avessi a disposizione questa scala, e assegnare alla misura un errore di 0.5 cm. Ovviamente per poter avere una misura quanto più accurata possibile, ho scelto di rilevare per ogni diversa deflessione del raggio 5 diverse coppie (x,y) e dopodiché ricavare il valore di r a partire dalla relazione

eseguendo un best-fit lineare sfruttando le formule per una retta passante per l'origine nel sistema (t,y), dopo aver posto $t = x^2 + y^2$. Il parametro calcolato sarà $\alpha = 1/2r$ da cui ottenere r e il relativo errore. Altra precauzione presa riguarda il verso del vettore induzione magnetica del campo creato: per effettuare l'esperienza in diverse condizioni operative, dopo aver effettuato un set completo di misure, ho invertito le polarità del generatore che alimenta le bobine, in modo da invertire il vettore B del campo e ottenere così per la prima serie di misure una deflessione nel semiasse positivo, per la seconda nel semiasse negativo. Ovviamente durante i calcoli non importa il segno delle quantità, ma il loro modulo.

Infine la terza parte dell'esperienza è consistita nella misura di e/m attraverso la deflessione magnetica ed elettrica del fascio. Tramite il generatore apposto al cui interno è posto un voltmetro la cui sensibilità di lettura è di 0.1 kV si applica una d.d.p. ai capi delle due piastre in modo da opporsi alla deflessione magnetica. I problemi di cui si è prima parlato vengono in questo momento accentuati: inserendo il campo elettrico il fascio perde notevolmente di intensità segno che molti elettroni si disperdono. Inoltre per elevate tensioni il campo elettrico evidentemente diventa molto disomogeneo e niente affatto uniforme, visto che il fascio subisce strane distorsioni per cui è quasi impossibile stabilire quando questo ha una traiettoria rettilinea.

Proprio per questo motivo in questa terza parte di esperienza ho effettuato poche misure, e solo per valori di tensione in cui questo fenomeno era trascurabile.

Sarebbe in verità stato possibile compiere una quarta esperienza, studiando solo la deflessione elettrica. Ma già si è detto che il campo elettrico che verrebbe creato non risulterebbe uniforme; e comunque si è potuto osservare che quando si applica solo il campo elettrico, questo provoca uno sfarfallio del fascio elettronico, lasciando presagire dei problemi nel funzionamento del generatore relativo. Ho preferito dunque non realizzare questa esperienza perché comunque sarebbe stata molto poco significativa dal punto di vista di un'analisi quantitativa dei dati.

§ Dati sperimentali e loro elaborazione

Dati sperimentali

A) Deflessione magnetica

- Primo strumento (cilindro di Wehnelt)

Visti gli strumenti adottati risulta certamente

$\Delta i = 0.1 \text{ A}$

$\Delta d = 0.001 \text{ m}$ (d = 2r)

Dati rilevati sperimentalmente (le correnti sono espresse in ampere, i diametri in centimetri):

$V_{an} = 300 \text{ V}$

i	d	i	d	i	d	i	d	i	d

$V_{an} = 250 \text{ V}$

i	d	i	d	i	d	i	d	i	d

$V_{an} = 200 \text{ V}$

i	d	i	d	i	d	i	d	i	d

$V_{an} = 150 \text{ V}$

i	d	i	d	i	d	i	d	i	d

- Secondo strumento

Visti gli strumenti adottati risulta certamente

$\Delta i = 0.01 \text{ A}$

$\Delta x = \Delta y = 0.005 \text{ m}$

Dati rilevati sperimentalmente (le correnti sono espresse in ampere. le x e le y in centimetri):

mentre nel caso dell'azione combinata di campo elettrico e magnetico risulta

Eseguendo tutti i calcoli, avremo in definitiva i seguenti risultati:

*A) Deflessione magnetica
- Primo strumento (cilindro di Wehnelt)*

$$V = 300 \text{ V}$$

$$V = 250 \text{ V}$$

$$V = 200 \text{ V}$$

$$V = 150 \text{ V}$$

- *Secondo strumento*

B) *Deflessione magnetica ed elettrica*

Misura della velocità degli elettroni

Durante l'introduzione teorica si è accennato al fatto che è possibile, una volta noto il valore di e/m , calcolare la velocità che avevano gli elettroni tramite la relazione

L'errore ovviamente verrà determinato tramite una relazione ottenuta derivando questa rispetto alle grandezze variabili, cioè e/m e V_{an} . Effettuando i calcoli per tutti i valori di e/m trovati sperimentalmente e poi elaborando una media che tenga conto del peso statistico di ogni misura si ottiene che la velocità degli elettroni nella prima apparecchiatura risulta essere:

mentre con le misure rilevate nella seconda apparecchiatura ($V_{an} = 4.0 \text{ kV}$) abbiamo:

Si nota come vi sia una certa proporzionalità tra il valore della velocità e il potenziale accelerante, come prevedibile.

§ Risultati ottenuti

Come detto il valore di e/m è tabulato in letteratura con una precisione notevole, e risulta essere (trascurando l'errore) $1,75 \cdot 10^{11}$ C/kg. Da una prima analisi dei dati appare subito che quanto ricavato durante l'esperienza è conforme con questo valore.

In particolare va osservato come i dati ricavati dalla prima esperienza, risultano inficiati da un errore relativo di circa il 20%, tranne casi particolari in cui l'errore è di molto superiore. Questo può essere facilmente spiegato ricordando le difficoltà incontrate durante l'esperienza, in particolare circa la visualizzazione e la misura della traiettoria: infatti durante l'elaborazione dei calcoli si è visto come l'errore più pesante deriva dalla misura di r , mentre l'errore sul campo magnetico è dell'ordine di 10^{-5} . Ovviamente queste misure tengono conto del fatto che stiamo supponendo che tutte le ipotesi introdotte nella descrizione teorica siano effettivamente realizzate, e che, ad esempio, il campo magnetico all'interno della cavità sia realmente uniforme, cosa che non è possibile verificare.

Nella seconda esperienza invece l'errore relativo cresce considerevolmente, e a volte supera pure il 30%. In realtà ciò non deve meravigliare, né deve far pensare a una realizzazione poco accurata dell'esperienza: si osservi facilmente come anche stavolta la maggior parte dell'errore (più del 10%) derivi solamente dalla misura di r , che come detto, a causa del reticolo a disposizione, ha già un errore a priori di 0.005 m, a cui va aggiunto l'errore discendente dalle misure stesse. Questo poi è notevole se si pensa che è possibile misurare solo un tratto, in realtà molto piccolo, di traiettoria, supponendo che questa sia un arco di circonferenza, e se si aggiunge il fatto che poi la stessa misura di r non è diretta, ma ricavata da altre due misure, e dunque l'errore propagandosi si appesantisce.

Circa la terza parte dell'esperienza si è già detto che la sua realizzazione aveva più che altro un interesse qualitativo in quanto come detto il campo elettrico applicato (per ragioni costruttive dell'apparato) di certo non è uniforme; il fascio presenta notevoli distorsioni anche quando dovrebbe procedere indeflesso, vengono insomma a mancare tutte le condizioni per effettuare l'esperienza in condizioni ottimali. E tutto ciò si è risentito sul risultato finale, su cui grava un errore relativo che a volte supera pure il 40%.

§ Conclusione

In conclusione, si può affermare che, viste le approssimazioni teoriche fatte e viste le condizioni sperimentali, la realizzazione dell'esperienza ha prodotto risultati soddisfacenti, in linea con quanto aspettato e con un errore pienamente giustificabile dalle condizioni operative. Tra l'altro questa esperienza permette di misurare facilmente il rapporto di due grandezze il cui valore è molto importante in fisica.

§ Bibliografia

- Cortini – Sciuti, Misure ed apparecchi di fisica (elettricità), ed. Vieschi
- E. Amaldi – R. Bizzarri – G. Pizzella, Fisica generale, ed. Zanichelli
- J. R. Taylor, Introduzione alla sperimentazione fisica, ed. Zanichelli
- M. Lattuada, Appunti del corso di *Laboratorio di fisica II*, A.A. 2002/2003
- M. Severi, Introduzione alla sperimentazione fisica, ed. Zanichelli

§ Indice

Introduzione teorica e descrittiva

Scopo dell'esperienza pag. 1

Descrizione teorica dell'esperienza pag. 1

Descrizione dell'apparato pag. 2

Descrizione pratica dell'esperienza pag. 3

Dati sperimentali e loro elaborazione

Dati sperimentali pag. 5

Calcolo di e/m pag. 8

Misura della velocità degli elettroni pag. 9

Risultati ottenuti pag. 10

Conclusione pag. 10

Bibliografia pag. 11