

Università degli studi di Catania
Corso di laurea in fisica

Prima prova in itinere di
Laboratorio di Fisica II

Tesina sulla prova pratica di laboratorio
realizzata da

Esperienza:

Misura di una resistenza elettrica attraverso la scarica di un condensatore

§ Introduzione teorica e descrittiva

Scopo dell'esperienza

Scopo dell'esperienza è la misura di resistenze incognite, meglio se di valore elevato, tramite un circuito RC nella fase di scarica del condensatore.

Descrizione teorica dell'esperienza

Il problema della misura di una resistenza può essere affrontato in diversi modi. Uno certamente indicato per resistenze di valore elevato è quello che sfrutta la scarica di un condensatore.

Consideriamo un circuito come in figura:

Posto il tasto nella posizione 1 stiamo caricando il condensatore C, che a questo punto si trova allo stesso potenziale V_0 del generatore. Si pone allora il tasto T nella posizione 2. Sappiamo che il condensatore si scarica sulla nostra R seguendo la legge

Vista la presenza al secondo membro dell'esponenziale, la relazione può essere linearizzata passando ai logaritmi di ambo i membri, e si ottiene

che è una semplice relazione che ci permette di misurare il valore di R a partire da misure della tensione del condensatore allo scorrere del tempo e nota la capacità C.

Teoricamente questo sistema ci permette di misurare resistenze di qualsiasi valore, ma tecnicamente non è possibile. E ciò per due ordini di motivi. Intanto sappiamo che la velocità di scarica di un condensatore dipende dalla caratteristica del circuito $\tau = RC$ e comunque è un processo molto rapido. Per poter dunque apprezzare la variazione di tensione nel tempo dobbiamo rendere τ molto grande, dell'ordine dei secondi almeno. Per far ciò utilizzando condensatori commerciali dell'ordine di 10^{-5} F è necessario che il valore della resistenza incognita sia dell'ordine di $10^6 \Omega$. Ci stiamo già ponendo un limite inferiore. Ma sussiste un altro problema. Abbiamo supposto che il condensatore si scarichi tutto sulla resistenza R. In realtà questo può essere vero nel vuoto. Praticamente, qualunque dielettrico si trovi tra le armature di C, anche l'aria stessa, crea una resistenza interna che per valori elevati di tensione fa avvenire una scarica all'interno del condensatore stesso influenzando la nostra relazione. Analogamente, anche il voltmetro che utilizziamo per misurare la tensione ha una sua resistenza interna che potrebbe assorbire parte della corrente che dunque non si scarica più tutta sulla nostra R. Questo problema può essere tuttavia minimizzato ricorrendo ad un voltmetro elettrostatico.

Descrizione dell' apparato

Per la realizzazione dell'esperienza è necessario disporre di un generatore di f.e.m. continua, di diversi condensatori, di un voltmetro meglio se elettrostatico o comunque con una resistenza elevata così da non influenzare la misura, di un cronometro, di un interruttore e della resistenza incognita da misurare. Bisogna montare un tipico circuito RC in cui ponendo l'interruttore in una posizione, il circuito si riduce solo a generatore e condensatore (fase di carica). Ponendo invece il tasto nell'altra posizione, si esclude il generatore dal circuito in modo che sia il condensatore a fungere da f.e.m. che si scaricherà su R. In parallelo a C va posto il voltmetro così da poter misurare il potenziale a cui si trova C sia quando è totalmente carico, sia durante tutta la fase di scarica. Il cronometro sarà essenziale per poter misurare i tempi di scarica.

In laboratorio parte di questo circuito è già montato in un quadro su cui pertanto non è possibile operare. Il quadro contiene al suo interno il generatore, 5 condensatori diversi di cui sono noti il valore della capacità e l'incertezza su questo valore. Ad essi è collegato un voltmetro che fornisce i valori misurati tramite un display digitale avente una precisione di 0.01 V, e 5 diverse resistenze il cui valore è ovviamente incognito. Anche l'interruttore è già collegato al circuito. Esterno al quadro è il cronometro digitale, avente una sensibilità di 0.01 sec, e che va azionato manualmente.

Descrizione pratica dell'esperienza

La prima parte dell'esperienza consiste, dopo aver verificato che tutti i collegamenti siano ben realizzati, nello scegliere una delle 5 resistenze disponibili nel quadro decidendo di effettuare le misure di essa; quindi si collegheranno i fili necessari per selezionarla. Fissata allora la resistenza, si procede collegando nel circuito una delle 5 capacità disponibili. Fatto questo, tutto è pronto per poter iniziare le misure. Si pone allora il tasto T nella posizione di carica e si attende qualche istante finché C sia carico (ciò si nota dal fatto che il display si stabilizza su un certo valore di tensione, che poi è quella fornita dal generatore). Si fissa dunque un valore di tensione finale su cui effettuare la misura, e quindi si pone il tasto nella modalità di scarica e contemporaneamente si aziona il cronometro. Si assiste al decremento della tensione su C. Il cronometro andrà fermato nel momento in cui il display indica il valore di tensione fissato. E' evidente che per poter effettuare un best-fit lineare è necessario che i dati disponibili siano più dei parametri da calcolare: in questo caso è necessario ripetere le operazioni per almeno tre diversi valori di tensione finale. Compatibilmente con il tempo a disposizione ho deciso di rilevare i tempi di scarica per quattro valori diversi di V finale. Dal modo di procedere appare poi palese che sulla misura peseranno forti errori dovuti a due fattori: il cronometro va azionato manualmente e i tempi di scarica non sono poi molto elevati, dunque l'errore di *start and stop* risulterà di certo non trascurabile. Inoltre purtroppo non è possibile controllare la fase di scarica, pertanto è molto difficile stabilire il momento esatto in cui la tensione di C raggiunge esattamente il valore voluto; anzi nella realizzazione dell'esperienza si è notato che spesso il voltmetro non segna affatto il valore esatto che si era scelto, ma salta da un valore immediatamente superiore a uno immediatamente inferiore, il tutto peraltro molto rapidamente. Per ovviare al primo di questi problemi si è scelto di effettuare 5 diverse misure per ogni V finale, in modo da poter effettuare nel momento di analisi dei dati una elaborazione statistica degli stessi giungendo a determinare un valore medio cui ovviamente assegnare un errore. Relativamente al secondo problema, non è possibile intervenire in alcun modo, per cui si è riposta molta attenzione nella scelta del momento in cui fermare il cronometro. Ovviamente con l'analisi statistica delle 5 misure effettuate si cerca di tenere in considerazione pure questa fonte di errore.

Fatto questo si ripeteranno tutte le operazioni descritte per diversi condensatori tra quelli disponibili. Si otterranno in questo modo una retta per ogni valore di C diverso e sarà possibile poi confrontare i risultati ottenuti.

Nel tempo a disposizione è stato possibile misurare due resistenze. Circa la prima,

Capacità 3.3 μ F

V finale	t	V finale	t	V finale	t	V finale	t

RESISTENZA 2

Capacità 10 μ F

V finale	t	V finale	t	V finale	t	V finale	t

Capacità 6.8 μ F

V finale	t	V finale	t	V finale	t

Capacità 4.78 μ F

V finale	t	V finale	t	V finale	t

Elaborando questi dati si ha dunque che:

RESISTENZA 1

Capacità 10 μ F

Capacità $6.8\mu\text{F}$

Capacità $4.78\mu\text{F}$

Capacità $3.3\mu\text{F}$

RESISTENZA 2

Capacità $10\mu\text{F}$

Capacità $6.8\mu\text{F}$

Capacità $4.78\mu\text{F}$

In appendice sono proposti i grafici di questi dati, tracciati per entrambe le resistenze. Si nota come mantenendo fissa la resistenza al variare del valore della capacità la curva modifica la sua pendenza.

Curva di massima verosimiglianza

Applicando le formule del best-fit lineare ai dati ora esposti, per ogni diversa capacità è possibile determinare una retta, la cui equazione analitica prima ricavata è

e che ci permetterà di determinare il valore della resistenza incognita. Posto

$$\ln V(t) = y$$

$$t = x$$

$$\ln V_0 = \alpha$$

$$1/RC = \beta$$

le rette, determinate della forma $y = (\beta \pm \Delta\beta) + (\alpha \pm \Delta\alpha)x$, sono le seguenti:

RESISTENZA 1

Capacità 10 μ F

Capacità 6.8 μ F

Capacità 4.78 μ F

Capacità 3.3 μ F

RESISTENZA 2

Capacità 10 μ F

Capacità 6.8 μ F

Capacità 4.78 μ F

Calcolo di R_{μ}

Come detto risulta $\alpha = 1/RC$, cioè il valore più probabile di R si ha per

Applicando questa relazione si trovano i seguenti risultati:

RESISTENZA 1

C	R_{μ}

RESISTENZA 2

C	R_{μ}

Propagazione dell' errore

Circa l'errore da attribuire al valore di R_μ , si possono applicare le leggi sulla propagazione dell'errore e si troverà la seguente relazione:

(in cui $\Delta\alpha$ è quello restituito dalle formule del best-fit). Sostituendo i valori numerici si ha:

RESISTENZA 1

RESISTENZA 2

C	ΔR

C	ΔR

§ Risultati ottenuti

In conclusione dunque per le due resistenze sono state ricavate le seguenti misure:

RESISTENZA 1

RESISTENZA 2

I risultati possono essere ritenuti molto soddisfacenti per entrambe le resistenze. Abbiamo infatti valori che si attestano tutti in un ben determinato intervallo nel quale è ovviamente lecito aspettarsi di trovare il valore reale; e soprattutto l'errore commesso su ciascuna misura è di circa il 5%, percentuale molto bassa se si considera il forte errore di cui si è discusso e che difficilmente può essere minimizzato.

Ulteriore informazione che può essere ricavata dai dati elaborati è il valore V_0 , cioè la tensione iniziale a cui si trovava il condensatore quando totalmente carico. Durante l'esperienza si è osservato che questo valore si attesta su valori compresi tra 14 e 15 volt, con un intervallo ampio di oscillazione dovuto probabilmente a difetti del generatore (di cui peraltro non si conosce il tipo nè può essere valutato il corretto funzionamento) e a imprecisioni del voltmetro. Come detto è possibile determinare questo valore dalle formule del best-fit, indipendentemente da quanto osservato: risulta infatti

$$\ln V_0 = \beta \rightarrow V_0 = e^\beta$$

Calcolando questo valore dalle varie rette e calcolando la media statistica dei risultati ottenuti, si ricava:

risultato anche questo molto incoraggiante in quanto confermato da quanto raccolto durante l'esperienza, e che può essere inteso come ulteriore conferma della bontà dell'esperienza effettuata e dei dati ottenuti.

§ Conclusione

In conclusione l'esecuzione dell'esperienza e la successiva discussione ha confermato quanto previsto nella introduzione teorica: questo metodo si rivela molto utile per la misura di resistenze di alto valore (in questo caso si avevano resistenze dell'ordine dei $M\Omega$ e i tempi ottenuti erano apprezzabili perchè dell'ordine delle decine di secondi) e presenta una precisione abbastanza alta. Risulta poi un metodo di facile esecuzione e di interessante elaborazione in quanto consente di ricavare quanto voluto non dall'applicazione diretta di una formula, ma dallo studio dei parametri della curva di massima verosimiglianza che si costruisce sui dati.

§ Bibliografia

- Cortini – Sciuti, Misure ed apparecchi di fisica (elettricità), ed. Vieschi
- E. Amaldi – R. Bizzarri – G. Pizzella, Fisica generale, ed. Zanichelli
- J. R. Taylor, Introduzione alla sperimentazione fisica, ed. Zanichelli
- M. Lattuada, Appunti del corso di *Laboratorio di fisica II*, A.A. 2002/2003
- M. Severi, Introduzione alla sperimentazione fisica, ed. Zanichelli

§ Indice

Introduzione teorica e descrittiva

Scopo dell'esperienza	pag. 1
Descrizione teorica dell'esperienza	pag. 1
Descrizione dell'apparato	pag. 2
Descrizione pratica dell'esperienza	pag. 2

Dati sperimentali e loro elaborazione

Dati sperimentali	pag. 3
Curva di massima verosimiglianza	pag. 6
Calcolo di R_{μ}	pag. 7
Propagazione dell'errore	pag. 7

Risultati ottenuti

Conclusione	pag. 8
--------------------	--------

Bibliografia	pag. 8
---------------------	--------